



2horas. (20 valores)

Nome: _____ Turma: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	3(15).	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)
1b.(10)	2b.(20)		4b.(10)	4d.(25)	5b.(20)
		6.(15)	7.(15)	T:	

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. O mercado do serviço de rede móvel reparte-se por 3 empresas: **A** com uma quota de 50%, **B** com 30% e **C** com 20%. Um estudo levado a cabo por uma associação de consumidores revelou que 17% dos utilizadores do serviço estão insatisfeitos e que estes utilizadores insatisfeitos se distribuíam da seguinte forma: 35% eram clientes da empresa **A**, 35% da **B** e 30% da **C**.

a) Qual a probabilidade de um cliente ligado à rede da empresa **B** estar insatisfeito?

b) Seleccionados ao acaso 10 utilizadores de rede móvel qual a probabilidade de pelo menos 4 estarem ligados à rede da empresa **A**?

0,8828 0,6230 0,8281 0,7949

2. Duas variáveis aleatórias X e Y assumem apenas os valores 0, 1 e 2. A função de probabilidade conjunta é dada pelo quadro seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$3/k$	$2/k$	$1/k$
1	$2/k$	$1/k$	0
2	$1/k$	0	0

- a) Obtenha k e determine o $E(Y)$ e o $E(Y|X = 1)$. O que pode concluir **com base nos valores obtidos** sobre a independência entre as variáveis X e Y ?

- b) Calcule o coeficiente de correlação - $\rho_{X,Y}$..Interprete o valor obtido.

3. Seja a variável aleatória bidimensional contínua (X, Y) com função densidade probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = xy \quad (0 < x < 2, \quad 0 < y < 1)$$

Determine $E(X|Y = y)$.

4. O Luís foi comprar trutas a um viveiro que funciona da seguinte forma: os clientes pescam as trutas num pequeno lago alimentado pelo viveiro e pagam 3 euros por cada truta que apanharem. Admita-se que o número de trutas apanhadas em 10 minutos, por qualquer cliente, tem uma distribuição de Poisson de média 2.

- a) Sabendo que o Luís utilizou 10 minutos, qual a probabilidade de ter gasto menos de 9 euros?

0,6767

0,2707

0,8571

0,1804

- b) Com o Luís foi o seu amigo António, que apenas queria uma truta. Qual a probabilidade de o António ter levado menos de 2 minutos a abastecer-se?

0,5507

0,9502

0,4512

0,3297

- c) Qual a probabilidade de um cliente levar mais do que 15 minutos para apanhar 5 trutas?

- d) Seleccionou-se aleatoriamente, do ficheiro de clientes do viveiro, uma amostra de dimensão 10 e registaram-se os tempos que eles levaram até apanhar a 1ª truta. Calcule a probabilidade do cliente para o qual se registou o maior tempo ter levado menos de 4 minutos.

5. Admite-se que o montante (centenas de euros) de vendas diárias de um site na Internet que comercializa livros e discos é uma v.a. com distribuição normal de média 10 centenas de euros e desvio padrão 4 centenas de euros.

a) Qual a probabilidade do montante de vendas ao fim de 30 dias ser superior a 330 centenas de euros?

b) Qual o valor que a média de uma amostra casual de dimensão 25 não excede em 90% dos casos?

6. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos

$M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$ ($s < \lambda$). Obtenha a função geradora de momentos da variável

$Y = \sum_{i=1}^3 X_i$ com X_i v.a.(s) independentes. Usando esta função calcule o valor esperado de Y . Justifique todos os passos.

7. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população X com distribuição Uniforme no intervalo $(0, \theta)$ Mostre que a função distribuição da amostra é dada por

$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\prod_{i=1}^n x_i}{\theta^n}$. Justifique todos os passos.



2horas. (20 valores)

Nome: _____ Turma: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	3.(15).	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)
1b.(10)	2b.(20)		4b.(10)	4d.(25)	5b.(20)
		6.(15)	7.(15)	T:	

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

1. O mercado do serviço de rede móvel reparte-se por 3 empresas: **A** com uma quota de 50%, **B** com 30% e **C** com 20%. Um estudo levado a cabo por uma associação de consumidores revelou que 17% dos utilizadores do serviço estão insatisfeitos e que estes utilizadores insatisfeitos se distribuíam da seguinte forma: 35% eram clientes da empresa **A**, 35% da **B** e 30% da **C**.

a) Qual a probabilidade de um cliente ligado à rede da empresa **B** estar insatisfeito?

b) Seleccionados ao acaso 10 utilizadores de rede móvel qual a probabilidade de pelo menos 4 estarem ligados à rede da empresa **B**?

0,3504

0,1503

0,7332

0,7999

2. Duas variáveis aleatórias X e Y assumem apenas os valores 0, 1 e 2. A função de probabilidade conjunta é dada pelo quadro seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$3/k$	$2/k$	$1/k$
1	$2/k$	$1/k$	0
2	$1/k$	0	0

- a) Obtenha k e determine o $E(Y)$ e o $E(Y|X = 1)$. O que pode concluir **com base nos valores obtidos** sobre a independência entre as variáveis X e Y ?

- b) Calcule o coeficiente de correlação - $\rho_{X,Y}$..Interprete o valor obtido.

3. Seja a variável aleatória bidimensional contínua (X, Y) com função densidade probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = xy \quad (0 < x < 2, \quad 0 < y < 1)$$

Determine $E(X|Y = y)$.

4. O Luís foi comprar trutas a um viveiro que funciona da seguinte forma: os clientes pescam as trutas num pequeno lago alimentado pelo viveiro e pagam 3 euros por cada truta que apanharem. Admita-se que o número de trutas apanhadas em 10 minutos, por qualquer cliente, tem uma distribuição de Poisson de média 2.

- a) Sabendo que o Luís utilizou 10 minutos, qual a probabilidade de ter gasto menos de 6 euros?

0,2707

0,4060

0,2240

0,6767

- b) Com o Luís foi o seu amigo António, que apenas queria uma truta. Qual a probabilidade de o António ter levado menos de 3 minutos a abastecer-se?

0,5507

0,3297

0,4512

0,9817

- c) Qual a probabilidade de um cliente levar mais do que 15 minutos para apanhar 5 trutas?

- d) Seleccionou-se aleatoriamente, do ficheiro de clientes do viveiro, uma amostra de dimensão 10 e registaram-se os tempos que eles levaram até apanhar a 1ª truta. Calcule a probabilidade do cliente para o qual se registou o maior tempo ter levado menos de 4 minutos.

5. Admite-se que o montante (centenas de euros) de vendas diárias de um site na Internet que comercializa livros e discos é uma v.a. com distribuição normal de média 10 centenas de euros e desvio padrão 4 centenas de euros.

a) Qual a probabilidade do montante de vendas ao fim de 30 dias ser superior a 330 centenas de euros?

b) Qual o valor que a média de uma amostra casual de dimensão 25 não excede em 90% dos casos?

6. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos

$M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$ ($s < \lambda$). Obtenha a função geradora de momentos da variável

$Y = \sum_{i=1}^3 X_i$ com X_i v.a.(s) independentes. Usando esta função calcule o valor esperado de Y . Justifique todos os passos.

7. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população X com distribuição Uniforme no intervalo $(0, \theta)$ Mostre que a função distribuição da amostra é dada por

$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\prod_{i=1}^n x_i}{\theta^n}$. Justifique todos os passos.



2horas. (20 valores)

Nome: _____ Turma: _____

Espaço reservado para classificações

1a.(20)	2a.(15)	3(15).	4a.(10)	4c.(15)	5a.(10)
1b.(10)	2b.(20)		4b.(10)	4d.(25)	5b.(20)
		6.(15)	7.(15)	T:	

Atenção: todas as questões devem ser devidamente formalizadas e justificadas.

- i. O mercado do serviço de rede móvel reparte-se por 3 empresas: **A** com uma quota de 50%, **B** com 30% e **C** com 20%. Um estudo levado a cabo por uma associação de consumidores revelou que 17% dos utilizadores do serviço estão insatisfeitos e que estes utilizadores insatisfeitos se distribuíam da seguinte forma: 35% eram clientes da empresa **A**, 35% da **B** e 30% da **C**.

a) Qual a probabilidade de um cliente ligado à rede da empresa **B**, estar insatisfeito?

b) Seleccionados ao acaso 10 utilizadores de rede móvel qual a probabilidade de pelo menos 4 estarem ligados à rede da empresa **C**?

0,1209

0,0328

0,7987

0,9119

- ii. Duas variáveis aleatórias X e Y assumem apenas os valores 0, 1 e 2. A função de probabilidade conjunta é dada pelo quadro seguinte:

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$3/k$	$2/k$	$1/k$
1	$2/k$	$1/k$	0
2	$1/k$	0	0

- a) Obtenha k e determine o $E(Y)$ e o $E(Y|X = 1)$. O que pode concluir **com base nos valores obtidos** sobre a independência entre as variáveis X e Y ?

- b) Calcule o coeficiente de correlação - $\rho_{X,Y}$. Interprete o valor obtido.

3. Seja a variável aleatória bidimensional contínua (X, Y) com função densidade probabilidade conjunta dada por:

$$f_{X,Y}(x, y) = xy \quad (0 < x < 2, \quad 0 < y < 1)$$

Determine $E(X|Y = y)$.

4. O Luís foi comprar trutas a um viveiro que funciona da seguinte forma: os clientes pescam as trutas num pequeno lago alimentado pelo viveiro e pagam 3 euros por cada truta que apanharem. Admita-se que o número de trutas apanhadas em 10 minutos, por qualquer cliente, tem uma distribuição de Poisson de média 2.

- a) Sabendo que o Luís utilizou 10 minutos, qual a probabilidade de ter gasto menos de 12 euros?

0,9473

0,1804

0,8571

0,0902

- b) Com o Luís foi o seu amigo António, que apenas queria uma truta. Qual a probabilidade de o António ter levado menos de 4 minutos a abastecer-se?

0,3297

0,5507

0,4512

0,9817

- c) Qual a probabilidade de um cliente levar mais do que 15 minutos para apanhar 5 trutas?

- d) Seleccionou-se aleatoriamente, do ficheiro de clientes do viveiro, uma amostra de dimensão 10 e registaram-se os tempos que eles levaram até apanhar a 1ª truta. Calcule a probabilidade do cliente para o qual se registou o maior tempo ter levado menos de 4 minutos.

5. Admite-se que o montante (centenas de euros) de vendas diárias de um site na Internet que comercializa livros e discos é uma v.a. com distribuição normal de média 10 centenas de euros e desvio padrão 4 centenas de euros.

a) Qual a probabilidade do montante de vendas ao fim de 30 dias ser superior a 330 centenas de euros?

b) Qual o valor que a média de uma amostra casual de dimensão 25 não excede em 90% dos casos?

6. Seja uma variável aleatória X com função geradora de momentos

$M_X(s) = \frac{\lambda}{\lambda - s}$ ($s < \lambda$). Obtenha a função geradora de momentos da variável

$Y = \sum_{i=1}^3 X_i$ com X_i v.a.(s) independentes. Usando esta função calcule o valor esperado de Y . Justifique todos os passos.

7. Seja (X_1, X_2, \dots, X_n) uma amostra casual de uma população X com distribuição Uniforme no intervalo $(0, \theta)$ Mostre que a função distribuição da amostra é dada por

$F_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\prod_{i=1}^n x_i}{\theta^n}$. Justifique todos os passos.